

共通テスト 数学I 模擬問題 完成版

過去問3年度分の傾向分析にもとづく本番形式演習用教材

1. 過去問3年度分の傾向分析

年度	出題分野	構成・設問の流れ	難易度・計算量	誘導・設定・つまずき
令和5年度 本試験	数と式、集合、図形と計量、データの分析、二次関数。	第1問は不等式と集合の基本操作。第2問は円と三角比。第3問は実データのヒストグラム、箱ひげ図、分散、相関。第4問は二次関数を現実場面の放物運動に接続。	標準からやや高め。計算自体は重すぎないが、図表の読み取りと条件整理が多い。	会話文と図表で考察を進める。単位変換、相関係数の意味、放物線の係数と頂点の関係でつまずきやすい。
令和6年度 本試験	平方根の近似、集合、図形と計量、二次関数、データの分析。	第1問で数の近似と集合の条件判定。第2問は三角形と外接円。第3問は二次関数の基本と応用。第4問はデータの代表値、散布図、相関。	標準。誘導は丁寧だが、必要条件・十分条件の判定が混じり、読み落とすと失点しやすい。	太郎・花子の会話で発想を示し、選択肢で判断させる。近似値、集合の包含、外接円半径の公式の選択が焦点。
令和7年度 本試験	方程式と因数分解、集合、図形と計量、二次関数、データの分析。	第1問は係数に文字を含む方程式と集合。第2問は台形、三角比、外接円。第3問は二次関数の平行移動と噴水の放物線。第4問は宿泊者数データの散布図、外れ値、相関、箱ひげ図、標本調査。	やや高め。ページ数と情報量が増え、読解負荷が大きい。計算量よりも条件の切り分けが重要。	現実設定を数学モデルに翻訳する流れが強い。外れ値の定義、図の条件、必要十分条件、相関と因果の混同がつまずきやすい。

2. 模擬問題の設計方針

- ・ 数学Iのみで1回分100点を想定し、第1問20点、第2問25点、第3問30点、第4問25点とする。
- ・ 過去問の文章・数値・具体題材はコピーせず、出題思想だけを反映する。
- ・ 第1問は数と式と集合を短い誘導で確認し、第2問は台形と三角比で図形量を処理させる。
- ・ 第3問は公園のアーチを放物線でモデル化し、頂点、幅、条件の共通範囲を問う。
- ・ 第4問は学習時間データを用い、四分位数、外れ値、相関係数、単位変換の不変性を問う。
- ・ 選択肢には、端点の扱い、平方根の大小、相関係数の符号、必要条件の取り違えなど典型誤答を入れる。

3. 模擬問題本体

第1問 数と式・集合（20点、目安12分）

[1] 実数 a に対して $f_a(x)=x^2-(a+4)x+4a$ とする。

(1) $f_a(x)$ を因数分解すると $f_a(x)=(x-[ア])(x-[イ])$ となる。ただし [ア] には 4, [イ] には a が入るものとする。

(2) 方程式 $f_a(x)=0$ がただ一つの実数解をもつのは $a=[ウ]$ のときである。

(3) $a=5+\sqrt{3}$ とする。このとき不等式 $f_a(x)<0$ を満たす整数 x の個数は [エ] 個である。

[2] 全体集合を $U=\{1,2,3,\dots,30\}$ とする。A を4の倍数全体、B を6の倍数全体からなる U の部分集合とする。

(1) $A \cap B$ の要素の個数は [オ] 個である。

(2) $A \cup B$ に含まれない要素の個数は [カ] 個である。

(3) m を U の要素とし、 M_m を m の倍数全体からなる U の部分集合とする。 $M_m \subset A_2$ が成り立つための条件として最も適当なものを選べ。ただし A_2 は偶数全体からなる U の部分集合である。[キ]

0. m は奇数である 1. m は偶数である 2. m は3の倍数である 3. m は15以上である

第2問 図形と計量（25点、目安16分）

辺 AD と BC が平行な台形 ABCD がある。AD=6, BC=16, $\tan \angle ABC=3/4$, $\tan \angle BCD=4/3$ とする。点 A,D から直線 BC に下ろした垂線の足をそれぞれ P,Q とする。

(1) $BP+CQ=[ア]$ であり、 $BP=[イ]/[ウ]$ AP, $CQ=[エ]/[オ]$ AP である。

(2) $AP=[カ]/[キ]$ であり、台形 ABCD の面積は [ク]/[ケ] である。

(3) 座標を B(0,0), C(16,0) とおくと、 $A=([コ]/[サ],[シ]/[ス])$, $D=([セ]/[ソ],[タ]/[チ])$ と表せる。

(4) 対角線 AC と BD の交点を R とする。直線 AC と BD のなす鋭角を θ とすると $\tan \theta=[ツ]/[テ]$ である。

(5) θ の大きさとして最も適当なものを選べ。[ト]

0. 0° より大きく 45° より小さい 1. 45° に等しい 2. 45° より大きく 90° より小さい 3. 90° に等しい

第3問 二次関数（30点、目安20分）

公園の入口に左右対称のアーチを設置する。地面を x 軸、アーチの中心線を $x=5$ とし、アーチの上端の形を $y=-p(x-5)^2+4$ ($p>0$) で表す。単位は m とする。

(1) この放物線の頂点は ([ア],[イ]) である。

(2) 地面 $y=0$ との交点の x 座標は $5-\sqrt{[ウ]/p}$, $5+\sqrt{[ウ]/p}$ である。したがって、地面に接する2点間の幅 W は $W=[エ]\sqrt{[オ]/p}$ である。

(3) アーチ全体の幅を12m以内にするには $p \geq [カ]/[キ]$ である。

(4) 中央に幅4m、高さ3mの案内板を置く。案内板は $3 \leq x \leq 7$, $0 \leq y \leq 3$ の範囲を占める。案内板の上端がアーチに当たらないためには $p \leq [ク]/[ケ]$ である。

(5) 点 S(1,1) がアーチの下側に入るためには、 $1 < -p(1-5)^2+4$ が必要である。この条件は $p < [コ]/[サ]$ である。

(6) (3),(4),(5)をすべて満たす p の範囲として最も適当なものを選べ。[シ]

0. $1/9 \leq p < 3/16$ 1. $1/9 < p \leq 1/4$ 2. $3/16 \leq p \leq 1/4$ 3. $p < 1/9$

第4問 データの分析（25点、目安17分）

あるクラス15人の1週間の家庭学習時間（分）を小さい順に並べると、次のようになった。

42, 45, 48, 50, 52, 55, 58, 60, 64, 68, 72, 75, 78, 84, 96

(1) 中央値は [ア] である。

(2) 第1四分位数、第3四分位数はそれぞれ [イ], [ウ] である。

(3) 四分位範囲は [エ] である。

(4) 外れ値を $Q1-1.5(Q3-Q1)$ 以下、または $Q3+1.5(Q3-Q1)$ 以上の値とする。このとき外れ値の個数は [オ] 個である。

(5) スマートフォン使用時間 x と小テスト得点 y について、 x の標準偏差が2.5、 y の標準偏差が4.0、共分散が-8.0であった。このとき相関係数として最も適当なものを選べ。[カ]

0. -0.80 1. -0.32 2. 0.32 3. 0.80

(6) x の単位を時間から分に変えても相関係数は変わらない。この記述は正しいか。[キ] 0. 正しい 1. 正しくない

4. 解答一覧

大問	正答
第1問	ア 4、イ a、ウ 4、エ 2、オ 2、カ 20、キ 1
第2問	ア 10、イ 4、ウ 3、エ 3、オ 4、カ 24、キ 5、ク 264、ケ 5、コ 32、サ 5、シ 24、ス 5、セ 56、ソ 5、タ 24、チ 5、ツ 13、テ 11、ト 2
第3問	ア 5、イ 4、ウ 4、エ 2、オ 4、カ 1、キ 9、ク 1、ケ 4、コ 3、サ 16、シ 0
第4問	ア 60、イ 50、ウ 75、エ 25、オ 0、カ 0、キ 0

5. 詳細解説

第1問

- ・ $f_a(x) = x^2 - (a+4)x + 4a$ は積が $4a$ 、和が $a+4$ となる 4 と a を用いて $(x-4)(x-a)$ と因数分解できる。重解になるのは $a=4$ のときである。
- ・ $a=5+\sqrt{3}$ では $6 < a < 7$ だから、 $f_a(x) < 0$ は $4 < x < a$ を意味する。整数解は $5, 6$ の2個。
- ・ U 内の4の倍数は7個、6の倍数は5個、共通部分は12の倍数で $12, 24$ の2個。したがって $A \cup B$ の個数は $7+5-2=10$ 、補集合の個数は $30-10=20$ 。
- ・ M_m のすべての要素が偶数となるには、 m 自身が偶数であれば十分かつ必要である。 m が奇数なら $m \in M_m$ が奇数になる。

第2問

- ・ AD と BC が平行なので、 BC 上で AD と同じ長さ6を除いた部分が $BP+CQ$ であり、 $BP+CQ=16-6=10$ 。
- ・ $\tan \angle ABC = AP/BP = 3/4$ より $BP = 4AP/3$ 。 $\tan \angle BCD = DQ/CQ = 4/3$ かつ $DQ = AP$ より $CQ = 3AP/4$ 。
- ・ $4AP/3 + 3AP/4 = 10$ から $25AP/12 = 10$ 、 $AP = 24/5$ 。面積は $(16+6) \times (24/5)/2 = 264/5$ 。
- ・ $B(0,0)$, $C(16,0)$ とすると $A(32/5, 24/5)$, $D(56/5, 24/5)$ 。直線 AC の傾きは $-1/2$ 、 BD の傾きは $3/7$ 。
- ・ 2直線のなす角の正接は $|(3/7 - (-1/2)) / (1 + (3/7)(-1/2))| = 13/11$ 。これは1より大きいので θ は 45° より大きく 90° より小さい。

第3問

- ・ $y = -p(x-5)^2 + 4$ は頂点形式なので頂点は $(5, 4)$ 。地面との交点は $0 = -p(x-5)^2 + 4$ から $(x-5)^2 = 4/p$ 。
- ・ 幅 W は $2\sqrt{4/p}$ 。 $W \leq 12$ より $\sqrt{4/p} \leq 6$ 、 $4/p \leq 36$ 、 $p \geq 1/9$ 。
- ・ 案内板の範囲 $3 \leq x \leq 7$ では、放物線の高さは端 $x=3, 7$ で最小となり $4-4p$ 。上端 $y=3$ が当たらないには $4-4p \geq 3$ 、 $p \leq 1/4$ 。
- ・ $S(1,1)$ について $1 < 4-16p$ より $p < 3/16$ 。三条件を合わせて $1/9 \leq p < 3/16$ 。

第4問

- ・ 15個のデータなので中央値は8番目の60。中央値を除いた下位7個の中央値が $Q_1=50$ 、上位7個の中央値が $Q_3=75$ 。
- ・ 四分位範囲は $75-50=25$ 。外れ値の下限は $50-1.5 \times 25 = 12.5$ 、上限は $75+1.5 \times 25 = 112.5$ なので外れ値はない。
- ・ 相関係数は 共分散/(x の標準偏差 $\times y$ の標準偏差) $= -8.0 / (2.5 \times 4.0) = -0.80$ 。
- ・ 単位を時間から分に変えると x の値は正の定数倍になる。標準偏差と共分散が同じ倍率で変わるため、相関係数は変わらない。

6. 出題意図

大問	出題意図	必要な知識	間違いやすいポイント	難易度
第1問	基本操作を短い誘導で正確に処理し、集合の包含を言葉から判断する。	因数分解、重解、不等式、倍数集合、補集合。	$f < 0$ の端点を含める誤り、 $A \cup B$ の重複加算、 m が奇数の反例見落とし。	標準
第2問	三角比を高さと水平距離に変換し、座標化して角度を比較する。	$\tan$ 、台形の面積、直線の傾き、2直線のなす角。	CQ の比を逆にする、鋭角の正接で絶対値を忘れる。	やや高め
第3問	二次関数の頂点形式を、幅・高さ・点の位置条件へ翻訳する。	放物線、平方根、不等式の共通範囲、端点評価。	幅条件の不等号の向き、案内板の端で最小になることの見落とし。	標準からやや高め
第4問	代表値と散らばり、外れ値、相関係数の意味を処理する。	中央値、四分位数、四分位範囲、外れ値、相関係数。	四分位数で中央値を含める誤り、相関係数の符号、単位変換の不変性。	標準

7. 難易度と時間配分

項目	配点	目安時間
第1問	20点	12分
第2問	25点	16分
第3問	30点	20分
第4問	25点	17分
見直し	-	5分
合計	100点	70分

8. 最終チェック結果

- ・ 数学的整合性: 主要な計算、端点、選択肢を再計算済み。
- ・ 一意性: 各空欄・選択肢の正答は一意。
- ・ 範囲: 数学Iの数と式、二次関数、図形と計量、データの分析に限定。
- ・ 著作権配慮: 過去問の文章、数値、具体データ、図表を流用せず、新規設定で作成。
- ・ あいまいさ: 座標、集合、外れ値の定義、端点条件を明記。
- ・ 選択肢: 典型誤答を含めつつ、正答が自然に判別できるよう調整。
- ・ 解説: 生徒が復習できるよう、式変形と判断理由を明示。
- ・ 難易度: 共通テスト本番相当から少し高めに調整。